

Chapitre 1

Suites numériques

Table des matières

1	Définition d'une suite	2
2	Modes de définition	2
2.1	Définition explicite	2
2.2	Définition par récurrence	2
3	Sens de variation	3
3.1	Méthode	3
4	Suites arithmétiques	4
4.1	Formule explicite	4
5	Suites géométriques	4
5.1	Formule explicite	4
6	Bilan des méthodes	5
7	Exercices de fin de chapitre	5

1 Définition d'une suite

Définition

Une suite numérique est une fonction définie sur une partie de $\mathbb{N}$.

À tout entier naturel n , elle associe un nombre réel noté u_n .

On note :

$$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

ou simplement

$$(u_n).$$

Exemple

Considérons la suite définie par :

$$u_n = 2n + 1.$$

Alors :

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 3, \quad u_2 = 5, \quad u_3 = 7.$$

Méthode

Pour calculer un terme d'une suite explicite, on remplace simplement n par la valeur souhaitée.

Exercice d'application

Soit la suite définie par :

$$u_n = 3n^2 - 1.$$

Calculer :

$$u_0, \quad u_1, \quad u_3.$$

2 Modes de définition

2.1 Définition explicite

Définition

Une suite est définie explicitement lorsque le terme u_n est donné directement en fonction de n .

Exemple :

$$u_n = 5n - 4.$$

2.2 Définition par récurrence

Définition

Une suite est définie par récurrence lorsque chaque terme est obtenu à partir du précédent.

Exemple :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

On obtient :

$$u_1 = 5, \quad u_2 = 7, \quad u_3 = 9.$$

Exercice d'application

Soit :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$$

Calculer les cinq premiers termes.

3 Sens de variation

Définition

La suite (u_n) est :

- croissante si $u_{n+1} \geq u_n$
- strictement croissante si $u_{n+1} > u_n$
- décroissante si $u_{n+1} \leq u_n$
- strictement décroissante si $u_{n+1} < u_n$

3.1 Méthode

On étudie le signe de :

$$u_{n+1} - u_n.$$

- positif : suite croissante ;
- négatif : suite décroissante.

Exemple

Soit :

$$u_n = n^2.$$

Alors :

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1.$$

Or :

$$2n + 1 > 0.$$

La suite est donc strictement croissante.

Exercice

Étudier les variations de :

$$u_n = 3n - 5.$$

4 Suites arithmétiques**Définition**

Une suite est arithmétique lorsqu'il existe un réel r tel que :

$$u_{n+1} = u_n + r.$$

Le nombre r est appelé raison.

4.1 Formule explicite

$$u_n = u_0 + nr.$$

ou

$$u_n = u_p + (n - p)r.$$

Exemple

$$u_0 = 5 \quad \text{et} \quad r = 3.$$

Alors :

$$u_n = 5 + 3n.$$

Exercice

Déterminer le terme général de la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison -2 .

5 Suites géométriques**Définition**

Une suite est géométrique lorsqu'il existe un réel q tel que :

$$u_{n+1} = q u_n.$$

Le réel q est appelé raison.

5.1 Formule explicite

$$u_n = u_0 q^n.$$

ou

$$u_n = u_p q^{n-p}.$$

Exemple

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad q = 3.$$

Alors :

$$u_n = 2 \times 3^n.$$

Exercice

Déterminer u_5 lorsque :

$$u_0 = 4 \quad \text{et} \quad q = \frac{1}{2}.$$

6 Bilan des méthodes**À retenir**

1. Calcul d'un terme : remplacer n .
2. Étude des variations : étudier $u_{n+1} - u_n$.
3. Suite arithmétique : $u_{n+1} = u_n + r$.
4. Suite géométrique : $u_{n+1} = q u_n$.

7 Exercices de fin de chapitre**Exercice 1**

Calculer les quatre premiers termes de :

$$u_n = 2n^2 + 1.$$

Exercice 2

Étudier les variations de :

$$u_n = 5n - 7.$$

Exercice 3

Soit une suite arithmétique telle que :

$$u_0 = 12, \quad r = -3.$$

Calculer u_{10} .

Exercice 4

Soit une suite géométrique telle que :

$$u_0 = 5, \quad q = 2.$$

Calculer u_8 .